

Laplace-Wahrscheinlichkeit

Die Menge aller möglicher Ergebnisse ω eines Zufallsexperiments heißt **Ergebnismenge** (bzw. **Ergebnisraum**) Ω .

Die Mächtigkeit $|\Omega|$ der Ergebnismenge gibt die Anzahl der Elemente von Ω an.

Jede Teilmenge der Ergebnismenge nennt man **Ereignis**. Ein Ereignis A tritt ein, wenn ein Ergebnis aus der Menge A auftritt.

Das **Gegenereignis** \bar{A} zum Ereignis A besteht aus den Ergebnissen von Ω , welche nicht zu A gehören.

Jedem Ergebnis ω bzw. Ereignis A wird eine **Wahrscheinlichkeit** $P(\omega)$ bzw. $P(A)$ zwischen 0 und 1 zugeordnet.

Laplace-Experimente sind Zufallsexperimente, bei denen alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind.

Hat ein Laplace-Experiment n Ergebnisse, so gilt:

$$P(\omega) = \frac{1}{n}$$

Für Laplace-Experimente gilt:

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der für } A \text{ günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}} = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Zählprinzip:

Zieht man aus n verschiedenen Mengen mit x_1, x_2, \dots, x_n Ergebnissen jeweils ein Element, so gibt es dafür insgesamt $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$ Möglichkeiten.

Gesetz der großen Zahlen

Wiederholt man ein Zufallsexperiment sehr oft, so unterscheidet sich die relative Häufigkeit eines Ereignisses nur noch wenig von der entsprechenden Wahrscheinlichkeit.

Man sagt:

Die relative Häufigkeit stabilisiert sich um die Wahrscheinlichkeit.

z.B.: Werfen eines Würfels: $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

$$|\Omega| = 6$$

A : Augenzahl gerade $\Rightarrow A = \{2,4,6\} \subset \Omega$

$$\bar{A} = \{1,3,5\}$$

Beispiel für ein Laplace-Experiment:
Werfen eines Würfels:

$$P(1) = P(2) = \dots = P(6) = \frac{1}{6}$$

A : Augenzahl gerade $\Rightarrow P(A) = \frac{3}{6}$

In einer Stuhlreihe mit 8 nummerierten Plätzen können 4 Personen - Andrea, Alexander, Alfred, Karin - auf $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$ Arten Platz nehmen, denn: Andrea hat 8, Alexander 7, Alfred noch 6 und Karin nur noch 5 Möglichkeiten für die Platzwahl.

Ein Reißnagel wird geworfen und notiert, ob die Spitze oben steht (Kopf).

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für „Kopf“ bei diesem Reißnagel?

Tina wirft den Reißnagel 500-mal und notiert nach 50, 100, ... 500 Würfen die absolute Häufigkeit für „Kopf“. Nun trägt sie die rel. Häufigkeit in ein Diagramm ein und stellt fest, dass sie sich für große Versuchslängen kaum noch ändert.

Sie sagt: Die Wahrscheinlichkeit für „Kopf“ bei diesem Reißnagel beträgt ca. 40 %.

