

Gleichungen

Werden zwei Terme T_1 und T_2 durch ein Gleichheitszeichen verbunden, dann entsteht eine **Gleichung**.

Die Zahlen der Grundmenge G , die beim Einsetzen in die Gleichung eine wahre Aussage ergeben, heißen **Lösungen**. Man fasst alle Lösungen einer Gleichung zu deren **Lösungsmenge L** zusammen.

Zwei Gleichungen, die dieselbe Lösungsmenge besitzen, heißen **äquivalent**.

Beachte: Die Grundmenge G ist in der Regel die jeweils in der Jahrgangsstufe bekannte größtmögliche Zahlenmenge. Hier $G = \mathbb{Q}$.

Äquivalente Gleichungsumformungen

Du erhältst **äquivalente Gleichungen**, wenn du auf beiden Seiten denselben Term addierst oder subtrahierst.

$$\text{Bsp.: } 4x - 3 = 5 \Leftrightarrow 3x - 5 = 9 - 4x \quad ; \\ L = \{2\}$$

$$\begin{aligned} \text{Bsp.: } \quad 4 - 3x &= 27 - 4x \quad || +4x \\ &\text{Addition von } 4x \\ 4 - 3x + 4x &= 27 - 4x + 4x \\ 4 + x &= 27 \quad || -4 \\ &\text{Subtraktion von } 4 \\ 4 - 4 + x &= 27 - 4 \\ x &= 23 \quad L = \{23\} \end{aligned}$$

Du erhältst **äquivalente Gleichungen**, wenn du auf beiden Seiten mit demselben (*von Null verschiedenen*) Term multiplizierst oder durch denselben (*von Null verschiedenen*) Term dividierst.

Beachte:

Zu jeder Gleichung gehört die Angabe der Lösungsmenge. Zur Überprüfung der Lösung ist eine Probe sinnvoll.

$$\begin{aligned} \text{Bsp.: } \quad 2 - [-3(5x - 11) + 7] &= (-2x - 1) - (2 - 4x) \\ &\text{Klammern von innen nach außen auflösen; Vorzeichen} \\ &\text{beachten} \\ 2 + 15x - 33 - 7 &= -2x - 1 - 2 + 4x \\ &\text{gleichartige Terme jeder Seite zusammenfassen} \\ 15x - 38 &= 2x - 3 \quad || +38 - 2x \\ &\text{x-Glieder auf eine Seite und feste Summanden auf die andere} \\ 15x - 2x &= -3 + 38 \\ 13x &= 35 \quad || :13 \\ x &= \frac{35}{13} \\ L &= \left\{2\frac{9}{13}\right\} \end{aligned}$$