

Lösungen - 8. Jahrgangsstufe

Bemerkung:

Für Schüler der 8. Jahrgangsstufe ist die „Menge der reellen Zahlen \mathbb{R} “ noch unbekannt. Sie ersetzen deshalb bei den Definitions- und Lösungsmengen die Menge \mathbb{R} durch die „Menge der rationalen Zahlen \mathbb{Q} “.

8.1 Sicherer Umgang mit Bruchtermen

8.1.1 Bestimme die maximale Definitionsmenge folgender Bruchterme!

Hinweis: **Nenner darf nicht Null werden.**

a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 5\}$

b) $N = -x^2 + 4x - 4 = -(x^2 - 4x + 4) = -(x-2)^2 \rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

c) $N = (x-4,5)x(x+3)(x-3) \rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 0; 3; 4,5\}$

8.1.2 Kürze vollständig!

Hinweis: **Nur Faktoren dürfen gekürzt werden. Deshalb vor dem KÜRZEN Zähler und Nenner in Faktoren zerlegen.**

a)
$$\frac{24(a-b)^3}{4a^2-4b^2} = \frac{24(a-b)^3}{4(a+b)(a-b)} = \frac{6(a-b)^2}{a+b}$$

b)
$$\frac{1}{2x(x-1)}$$

c)
$$\frac{(x-y)^2 2ab}{(y-x)^3 b^4 a} = \frac{(y-x)^2 2ab}{(y-x)^3 b^4 a} = \frac{2}{(y-x)b^3} \quad \text{Beachte: } (x-y)^2 = (y-x)^2$$

8.1.3 Vereinfache soweit wie möglich!

a)
$$\frac{4x-y}{3m+5n} \cdot \frac{6m+10n}{12x-3y} = \frac{4x-y}{3m+5n} \cdot \frac{2(3m+5n)}{3(4x-y)} = \frac{2}{3}$$

b)
$$\frac{x^2-x-20}{x+3} : \frac{x+4}{3x+x^2} = \frac{x^2-x-20}{x+3} \cdot \frac{3x+x^2}{x+4} = \frac{(x-5)(x+4)}{x+3} \cdot \frac{x(3+x)}{x+4} = x(x-5)$$

$$c) \quad \frac{\frac{a^3 - ab^2}{b}}{\frac{a^3 - a^2b}{b^2}} = \frac{a(a+b)(a-b)}{b} \cdot \frac{b^2}{a^2(a-b)} = \frac{b(a+b)}{a}$$

8.1.4 Vereinfache soweit wie möglich

Hinweis: **Beim Addieren und Subtrahieren von Bruchtermen muss man zuerst den Hauptnenner bilden.**

$$a) \quad \frac{4x-9y}{12x^2y} - \frac{3x+5y}{15xy^2} = \frac{5y(4x-9y) - 4x(3x+5y)}{60x^2y^2} = \frac{20xy - 45y^2 - 12x^2 - 20xy}{60x^2y^2} =$$

$$= \frac{-3(4x^2 + 15y^2)}{60x^2y^2} = -\frac{4x^2 + 15y^2}{20x^2y^2}$$

$$b) \quad \frac{-m}{2m+2x} - \frac{3m}{3x-3m} + \frac{m^2}{m^2-x^2} =$$

$$= \frac{-m \cdot 3 \cdot (m-x)}{6(m+x)(m-x)} - \frac{3m \cdot (-2) \cdot (m+x)}{6(m+x)(m-x)} + \frac{m^2 \cdot 6}{6(m+x)(m-x)} =$$

$$= \frac{-3m^2 + 3mx + 6m^2 + 6mx + 6m^2}{6(m+x)(m-x)} = \frac{9m(m+x)}{6(m+x)(m-x)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{m-x}$$

$$c) \quad \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) \cdot \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right) = \frac{y^2-x^2}{x^2y^2} \cdot \frac{x(x+y) - y(x-y)}{(x-y)(x+y)} =$$

$$= \frac{y^2-x^2}{x^2y^2} \cdot \frac{x^2+xy - xy+y^2}{x^2-y^2} = \frac{-(x^2-y^2)}{x^2y^2} \cdot \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} = -\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}$$