Lösungen

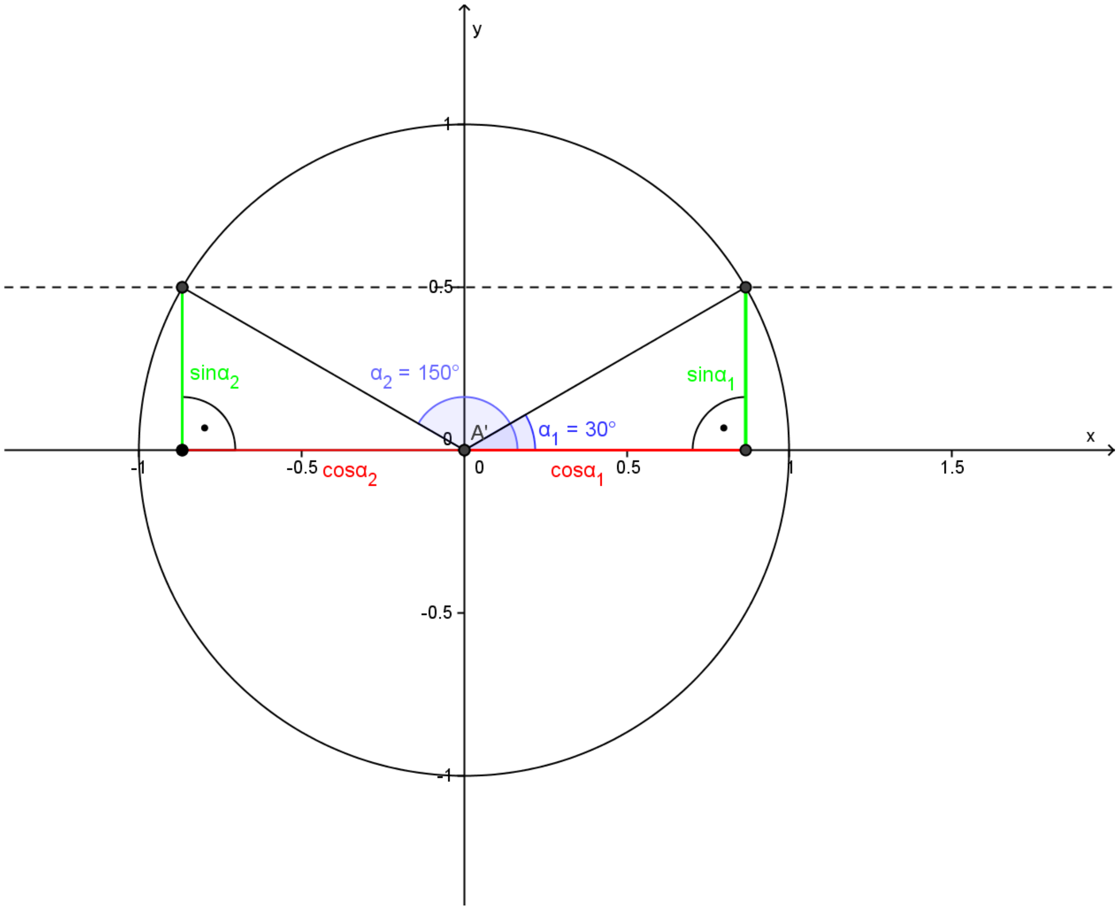
10.1 Trigonometrie aus geometrischer und funktionaler Sicht

1. Lösung: $45° = 45° \cdot \frac{\pi}{180°} = \frac{\pi}{4};\ 150° = \frac{5}{6}\pi;\ 50°24' = \left(50\frac{24}{60}\right)° = \frac{7}{25}\pi;\ 340{,}2° = \frac{189}{100}\pi;$

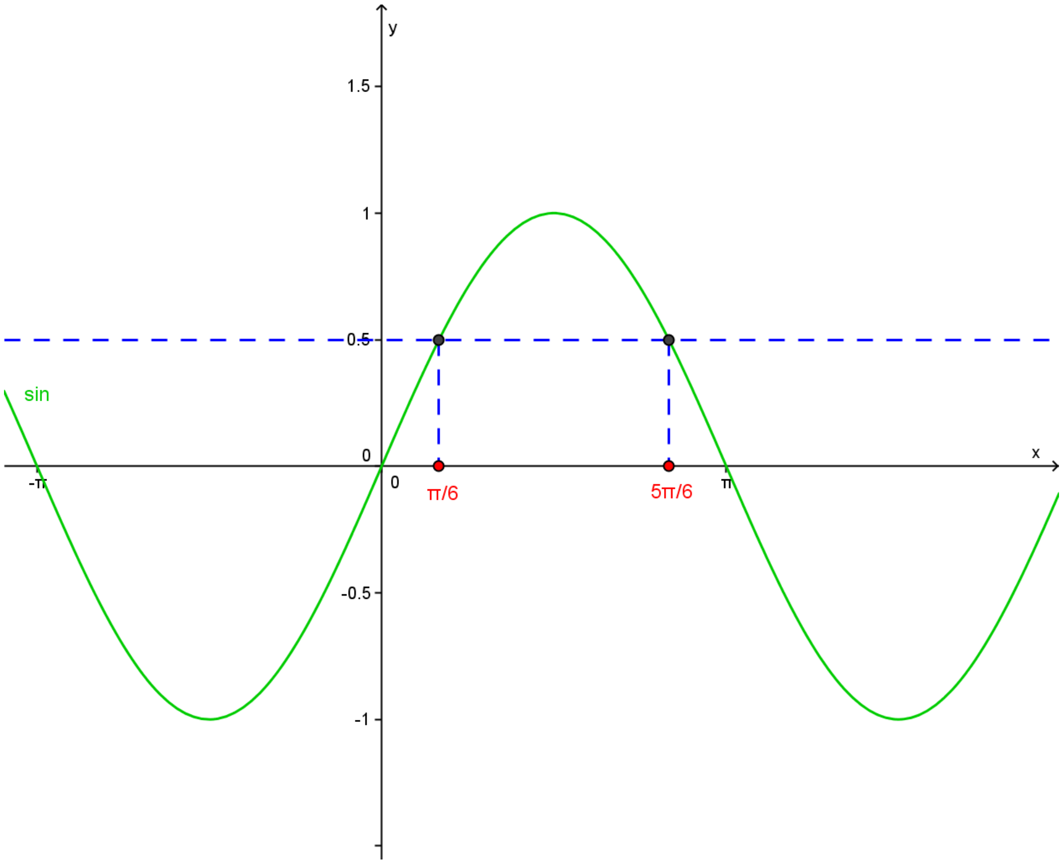
2. Lösung: $\frac{5}{4}\pi = \frac{5}{4}\pi \cdot \frac{180°}{\pi} = 225°;\ 0{,}3\pi = 54°;\ 5 = 5 \cdot \frac{180°}{\pi} \approx 286{,}5°;$

3. Lösung: a) $\sin\alpha = 0{,}5$

Lösung mit Hilfe des Einheitskreises:



Lösung mit Hilfe der Sinuskurve:



$\Rightarrow \alpha_1 = 30° = \frac{\pi}{6}; \alpha_2 = 150° = \frac{5}{6}\pi;$

b) $\cos\alpha = \sqrt{0{,}5} \;\Rightarrow \alpha_1 = 45° = \frac{\pi}{4};\; \alpha_2 = 315° = \frac{7}{4}\pi;$

c) $\sin\alpha = -\frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow \alpha *= -60° \Longrightarrow \alpha_1 = 180° - \alpha *= 240° = \frac{4}{3}\pi;$

$\alpha_2 = 360° + \alpha *= 300° = \frac{5}{3}\pi;$

d) $\cos\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 180° = \pi;$

e) $\sin\alpha = 1{,}1 > 1 \Longrightarrow$ keine Lösung

f) $\cos\alpha = -\,0{,}8 \overset{\text{TR}}{\Rightarrow} \alpha_1 \approx 143{,}130° = 2{,}498;\; \alpha_2 \approx 216{,}870° = 3{,}785;$

g) $\sin\alpha = 0{,}01 \overset{\text{TR}}{\Rightarrow} \alpha_1 \approx 0{,}573° = 0{,}010;\; \alpha_2 \approx 159{,}427° = 3{,}132;$

4. Lösung: a) Graph von g b) Graph von f c) Graph von h

d) Die Sinuskurve wird in x-Richtung gestreckt ($0 < |b| < 1$) bzw. gestaucht ($|b| > 1$); für $b < 0$ wird die Sinuskurve noch zusätzlich an der x-Achse gespiegelt!

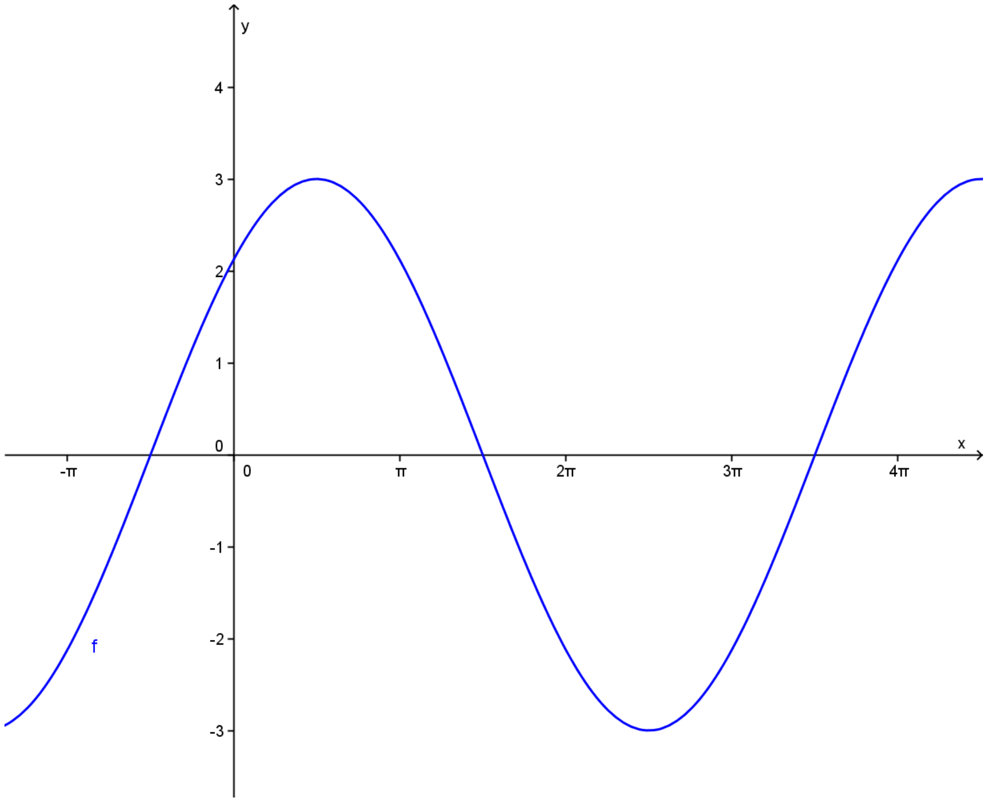
$T = \frac{2\pi}{|b|}$

5. Lösung: a) Graph von h b) Graph von f c) Graph von g

d) Die Sinuskurve wird in x-Richtung um $|c|$ nach rechts ($c < 0$) bzw. nach links ($c > 0$) verschoben.

6. Lösung: $y = 3\sin\left(0{,}5\,x + \frac{\pi}{4}\right) = 3\sin\left[0{,}5\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right]$

Amplitude 3; Periode $\frac{2\pi}{0{,}5} = 4\pi$; Verschiebung um $\frac{\pi}{2}$ nach links



Nullstellen: $2k\pi - \frac{\pi}{2}$; $k \in \mathbb{Z}$

Periode: 4π

7. Lösung: a) Verschiebung der Sinuskurve um 1 nach oben;

b) Verschiebung der Sinuskurve um 1 nach links;

c) Stauchung der Sinuskurve entlang der y-Achse um den Faktor 0,5

d) $y = 2\sin[0{,}5\,(x - 4)] + 1$

Strecken der Sinuskurve entlang der y-Achse um den Faktor 2, damit die Amplitude 2 wird, dann Strecken entlang der x-Achse um den Faktor 2, damit die Periode $\frac{2\pi}{0{,}5} = 4\pi$ wird, danach Verschieben um 4 nach rechts und um 1 nach oben.