

10.4 Funktionsuntersuchungen

1. Skizziere die Graphen der Funktionen $f: x \mapsto x^{-1} + 1$ und $g: x \mapsto x^{-2} - 1$ in $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Gib die Gleichungen der Asymptoten an.

2. Untersuche das Verhalten von $f(x)$ für $x \rightarrow \pm\infty$. Gib die waagrechte Asymptote an, falls eine existiert.

a) $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$

b) $f(x) = \frac{5x^3 - 6x + 9}{5x^2 + x^3 - 4x}$

c) $f(x) = \frac{4x^4 - 8x^3 + 2}{4x^3 + 3x}$

d) $f(x) = \frac{3x - 2}{4x^2 + 3x}$

e) $f(x) = 4x^4 - 4x^2 + 1$

f) $f(x) = -x^3 + 7x^2 - 4$

g) $f(x) = 0,125^x$

h) $f(x) = 3 \cos x$

3. Untersuche die Graphen folgender Funktionen auf ihr Symmetrieverhalten!

a) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 4$

b) $f(x) = x^3 - 1$

c) $f(x) = x \cdot (x^2 - 1)$

d) $f(x) = x^2 \cdot \sin(2x)$

e) $f(x) = 3^x$

f) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

4. Wie entsteht der Graph der Funktion f aus dem Graph der Funktion g , wenn gilt:

a) $f(x) = g(x + a) + b$; ($a > 0$; $b > 0$) b) $f(x) = -g(x)$ c) $f(x) = g(-x)$

5. Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto x^3 + 2x^2 - 8x$.

a) Bestimme die Nullstellen von f und skizziere den Verlauf des Graphen von f .

b) Gib die Nullstellen der Funktionen g , h und k an, für die gilt: $g(x) = f(x + 2)$, $h(x) = 3 f(x)$ und $k(x) = f(2x)$.

c) Skizziere den Verlauf der Graphen von g , h und k zum Graphen von f .

6. Bestimme jeweils die Funktionen, die zu den farbig gezeichneten Graphen gehören.

