Prisma, Zylinder, Pyramide und Kegel

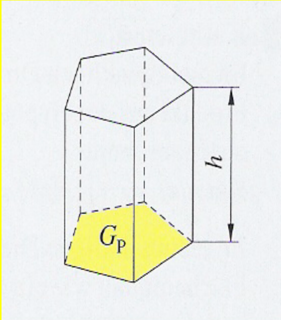
Das gerade Prisma

Ein Körper, dessen Grund- und Deckfläche zwei zueinander kongruente n-Ecke und dessen Seitenflächen alle Rechtecke sind, heißt gerades Prisma mit der Grundfläche G, der Mantelfläche M und der Höhe h.

Volumen V: $V = G \cdot h$

Oberflächeninhalt O: $O = 2G + M$
$= 2G + U \cdot h$

(U : Umfang der Grund- bzw. Deckfläche)

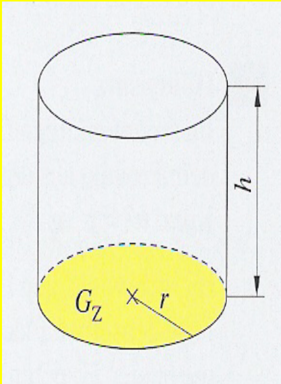


Der gerade Kreiszylinder

Ein Körper, dessen Grund- und Deckfläche zwei zueinander kongruente Kreise G mit Grundflächenradius r sind und dessen Mantelfläche M ein Rechteck ist, heißt gerader Kreiszylinder mit der Höhe h.

Volumen V: $V = r^2\pi \cdot h$

Oberflächeninhalt O: $O = 2G + M$
$= 2r^2\pi + M$
$= 2r^2\pi + 2r\pi \cdot h$

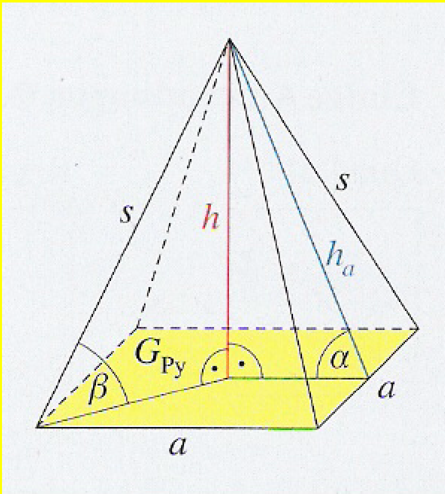


Die gerade Pyramide

Ein Körper, dessen Grundfläche G ein n-Eck ist und dessen Seitenflächen n Dreiecke sind, heißt Pyramide mit der Höhe h.
Sind alle Seitenkanten gleich lang, so heißt dieser Körper gerade Pyramide.

Volumen V: $V = \frac{1}{3} G \cdot h$

Oberflächeninhalt O: $O = G + M$



Anwendungsbeispiele:

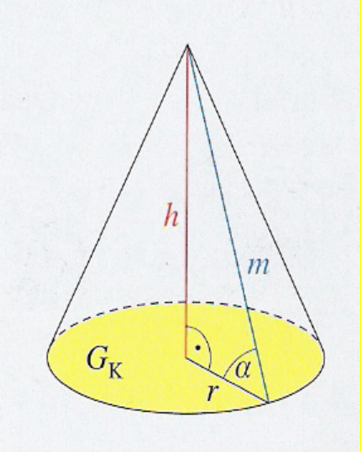
Berechnungen über sog. „Stützdreiecke“:

$$h_a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2; \quad h_a^2 = s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2; \quad s^2 = \frac{a^2}{2} + h^2$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{h_a}; \qquad \tan\alpha = \frac{2h}{a}; \qquad \sin\beta = \frac{h}{s}$$

Der gerade Kreiskegel

Ein Körper, dessen Grundfläche G ein Kreis mit Grundflächenradius r ist und dessen Mantelfläche M ein Kreissegment ist, heißt Kreiskegel mit der Höhe h.
Beim geraden Kreiskegel sind alle Mantellinien m gleichlang.



Volumen V: $V = \frac{1}{3}G\cdot h$

$= \frac{1}{3}r^2\pi\cdot h$

Oberflächeninhalt O: O = G + M

$= r^2\pi\cdot h + r\cdot\pi\cdot m$

$= r\pi\cdot(r+m)$

Anwendungsbeispiele:

Zusammenhänge im „Stützdreieck“:

$m^2 = r^2 + h^2$

$\sin\alpha = \frac{h}{m}$; $\tan\alpha = \frac{h}{r}$

Konkretes Zahlenbeispiel:

Gegeben ist ein gerader Kreiskegel mit dem Radius r = 8 cm und der Höhe h = 6 cm.

Berechne das Volumen, den Oberflächeninhalt und den Neigungswinkel einer Mantel-Linie gegenüber der Grundfläche.

$V = \frac{1}{3}r^2\pi\cdot h = \frac{1}{3}\pi\cdot(8cm)^2\cdot 6cm = 402cm^3$

$m = \sqrt{r^2+h^2} = \sqrt{(8cm)^2+(6cm)^2} = 10cm$

$O = r\pi\cdot(r+m) = \pi\cdot 8cm\cdot(8cm+10cm)$

$=$

$= 144cm^2\cdot\pi = 452cm^2$

$\tan\alpha = \frac{h}{r} = \frac{6cm}{8cm} = 0,75 \Rightarrow \alpha = 37^o$