# Rechnen mit Bruchtermen und Lösen von Bruchgleichungen

Def.:
Ein Term, bei dem die Variable im Nenner steht, heißt **Bruchterm**.
Die Menge aller Zahlen, die man für eine Variable einsetzen darf, heißt **Definitionsmenge**.
(*Vorsicht*: der Nenner darf nicht 0 werden!)

z.B.: $\frac{1}{x}$, $\frac{3}{(x-2)x}$, $\frac{b-4}{b^2}$

Für $\frac{3}{(x-2)x}$ ist D = Q\{0;2}

**Kürzen und Erweitern**:
Beim Kürzen (bzw. Erweitern) werden Zähler und Nenner eines Bruchterms durch den selben Term dividiert (bzw. mit dem selben Term multipliziert).

ACHTUNG: In Summen und Differenzen darf nicht gekürzt werden!

$$\frac{4a^2-4ab+b^2}{4a-2b} \underset{Formel}{\overset{bin.}{=}} \underbrace{\frac{(2a-b)\cdot(2a-b)}{2\cdot(2a-b)}}_{\text{in Faktoren zerlegen}} = \underbrace{\frac{2a-b}{2}}_{\text{gemeinsame Faktoren gekürzt}}$$

$$\frac{2a-b}{3a} \neq \frac{2-b}{3}$$

**Addieren und Subtrahieren**:
Zuerst müssen die Brüche auf den Hauptnenner erweitert werden.
Der Hauptnenner ist das kgV der Nenner.
Anschließend werden die Zähler addiert (subtrahiert) und der Nenner beibehalten.

ACHTUNG: Klammern nicht vergessen!

$$\frac{3}{y}-\frac{5y-6}{y+1}=\frac{3(y+1)}{y(y+1)}-\frac{(5y-6)y}{y(y+1)}=$$
$$=\frac{3y+3-(5y^2-6y)}{y(y+1)}=\frac{3y+3-5y^2+6y}{y(y+1)}=\ldots$$

**Multiplizieren:**
Bruchterme werden multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

$$\frac{2x}{x+1}\cdot\frac{5x+5}{x^2}=\frac{2x\cdot(5x+5)}{(x+1)\cdot x^2}=\frac{2x\cdot 5(x+1)}{(x+1)\cdot x^2}=\frac{10}{x}$$

**Dividieren:**
Zwei Terme werden dividiert, indem man mit dem Kehrbruch des 2. Terms multipliziert.

$$\frac{a+1}{5a}:\frac{b+1}{ab}=\frac{(a+1)ab}{5a(b+1)}=\frac{(a+1)b}{5(b+1)}$$

## Bruchgleichungen:

1) Definitionsmenge bestimmen ( dazu die Nenner faktorisieren!)
2) Hauptnenner bestimmen
3) Falls möglich: Bruchterme kürzen
4) Mit dem Hauptnenner multiplizieren
5) Bruchtermfreie Gleichung lösen
6) Überprüfen, ob die Lösung zur Definitionsmenge gehört, evtl. Probe
7) Lösungsmenge angeben

$$\frac{-4x}{x-1}=\frac{3x+1}{2-2x} \quad \Big| \bullet[-2(x-1)] \quad ; \text{ D= Q\{1\}}$$

x-1
2-2x = -2(x-1) $\Rightarrow$ HN = -2(x-1)

$(-4x)\cdot(-2)=3x+1$
8x = 3x+1
5x = 1
x = 0,2
Überprüfen! 0,2 $\in$ D
$\Rightarrow$ L = {0,2}